

# **Guía de Contenidos: Valorización de Opciones Financieras mediante el Modelo Binomial**

## **1. Introducción**

En los mercados financieros modernos, además de las acciones y bonos, existen instrumentos llamados **derivados financieros**, cuyo valor depende del precio de otro activo (llamado **activo subyacente**).

Entre estos instrumentos, las **opciones financieras** son especialmente importantes, porque permiten **cubrir riesgos, especular con expectativas de precios o valorar proyectos de inversión con flexibilidad**.

Esta guía tiene como objetivo introducir los conceptos necesarios para comprender y resolver el Caso “**Precio de la acción en el mercado**”, en el que se analiza la evolución del valor de una acción y el precio de una opción **call europea** utilizando el **modelo binomial de valoración**.

## **2. ¿Qué es una opción financiera?**

Una **opción financiera** es un contrato que otorga a su comprador el **derecho, pero no la obligación**, de comprar o vender un activo a un precio determinado en una fecha futura.

Existen dos tipos principales:

- **Opción Call:** derecho a **comprar** el activo subyacente.
- **Opción Put:** derecho a **vender** el activo subyacente.

El precio al cual puede ejercerse el derecho se denomina **precio de ejercicio (o strike, K)**.

La **prima** es el precio que el comprador paga hoy para adquirir esa opción.

## **3. Tipos de opciones: europeas y americanas**

- **Europea:** solo puede ejercerse al vencimiento.
- **Americana:** puede ejercerse en cualquier momento antes o al vencimiento.

En este caso, se analiza una **opción call europea** con vencimiento a **dos años**.

## **4. Variables fundamentales de una opción**

Para valorar una opción deben considerarse las siguientes variables:

1. **Precio del activo subyacente ( $S_0$ ):** es el valor actual de la acción o activo.
  - En el caso:  $S_0 = \$10$

2. **Precio de ejercicio (K):** valor al cual puede ejercerse la opción.
  - En el caso:  $K = \$8$
3. **Tasa de interés libre de riesgo (r):** refleja el costo de oportunidad del dinero sin riesgo.
  - En el caso:  $r = 10\% \text{ anual}$
4. **Tiempo al vencimiento (t):** plazo hasta el ejercicio de la opción.
  - En el caso: 2 años
5. **Volatilidad:** refleja la posible variación del precio del activo en el tiempo.
  - En este modelo, se expresa como porcentajes de aumento ( $u$ ) o disminución ( $d$ ) esperados.

## 5. Valor intrínseco de una opción

El **valor intrínseco** es la diferencia entre el precio del activo y el precio de ejercicio:

$$\begin{aligned}\text{Valor intrínseco (Call)} &= \max(0, S - K) \\ \text{Valor intrínseco (Put)} &= \max(0, K - S)\end{aligned}$$

- Si el resultado es positivo, la opción tiene **valor (in the money)**.
- Si es cero, la opción **no tiene valor (out of the money)**.

### Ejemplo:

- $S = \$10, K = \$8 \rightarrow \text{Call} = 10 - 8 = 2 \rightarrow \text{Valor intrínseco} = \$2$
- $S = \$6, K = \$8 \rightarrow \text{Call} = 0 \text{ (no conviene ejercer la opción)}$

## 6. El modelo binomial de valoración de opciones

El **modelo binomial** fue desarrollado por **Cox, Ross y Rubinstein (1979)**. Propone que en cada período, el precio del activo puede subir (factor  **$u$** ) o bajar (factor  **$d$** ) según una proporción determinada. Así se construye un **árbol binomial** que muestra los precios posibles del activo y permite calcular el valor de la opción en cada nodo.

Este modelo es ampliamente utilizado porque es **intuitivo, flexible y aplicable en hojas de cálculo (Excel)**.

## 7. Paso a paso del modelo binomial

### 1. Determinar los factores de crecimiento y decrecimiento

Si el precio puede subir o bajar en un porcentaje fijo, entonces:

$$u = 1 + p_{subida}$$

$$d = 1 - p_{bajada}$$

#### Ejemplo (caso):

- Aumento = 20 %, Caída = 20 %

$$u = 1,2 \quad d = 0,8$$

### 2. Construir el árbol de precios de la acción

En dos años, el árbol tendrá **3 niveles** (año 0, año 1, año 2). El precio de la acción evolucionará así:

Escenario	Fórmula	Precio
Subida–Subida	$S_0 \times u^2$	$10 \times 1,2^2 = 14,40$
Subida–Bajada o Bajada–Subida	$S_0 \times u \times d$	$10 \times 1,2 \times 0,8 = 9,60$
Bajada–Bajada	$S_0 \times d^2$	$10 \times 0,8^2 = 6,40$

#### En Excel:

- $=10*1.2^2$
- $=10*1.2*0.8$
- $=10*0.8^2$

### 3. Calcular el valor de la opción en cada nodo final

Al final del segundo año, se calcula el **valor intrínseco de la opción call**:

Nodo	Precio de acción	Valor de la call ( $\max(S-K, 0)$ )
u–u	14,40	6,40
u–d o d–u	9,60	1,60
d–d	6,40	0,00

#### **4. Calcular la probabilidad neutra al riesgo (p)**

Se determina la probabilidad **ajustada por riesgo** utilizando la tasa libre de riesgo (r):

$$p = \frac{(1 + r) - d}{u - d}$$

#### **Ejemplo (caso):**

$$p = \frac{(1 + 0,10) - 0,8}{1,2 - 0,8} = \frac{0,3}{0,4} = 0,75$$

Esto significa que el mercado “pondera” una probabilidad del 75 % de alza y 25 % de baja bajo un escenario neutral al riesgo.

#### **En Excel:**

$$=((1+0.1)-0.8)/(1.2-0.8)$$

#### **5. Calcular el valor esperado de la opción y descontarlo**

Se calcula el valor esperado de la opción en cada nivel anterior, aplicando la probabilidad **p** y descontando a la tasa libre de riesgo.

#### **Un año antes del vencimiento:**

- Nodo “subida”:

$$C_u = \frac{p(6,4) + (1 - p)(1,6)}{1 + 0,10} = \frac{0,75(6,4) + 0,25(1,6)}{1,10} = 5,09$$

- Nodo “bajada”:

$$C_d = \frac{p(1,6) + (1 - p)(0)}{1 + 0,10} = \frac{0,75(1,6)}{1,10} = 1,09$$

#### **En Excel:**

- $=(0.75*6.4+0.25*1.6)/(1+0.1)$
- $=(0.75*1.6+0*0.25)/(1+0.1)$

#### **6. Valor actual de la opción (año 0)**

Finalmente, se calcula el valor actual de la opción considerando ambos caminos posibles:

$$C_0 = \frac{p(C_u) + (1-p)(C_d)}{1 + 0,10} = \frac{0,75(5,09) + 0,25(1,09)}{1,10} = 3,91$$

Por lo tanto, el **precio teórico de la opción call europea es \$3,91.**

**En Excel:**

$$=(0.75*5.09+0.25*1.09)/(1+0.1)$$

## 8. Interpretación de resultados

- La opción **call** tiene valor porque el precio esperado del activo puede superar el strike.
- Si la acción efectivamente sube en los dos años, el inversionista gana \$6,40 por acción menos la prima pagada (\$3,91).
- Si el precio baja, la pérdida máxima se limita a la prima.
- El modelo refleja el **riesgo–retorno asimétrico** de las opciones: pérdidas limitadas, ganancias potencialmente altas.

## 9. Diferencias entre Call y Put

Concepto	Call	Put
Derecho	Comprar	Vender
Se ejerce si	$S > K$	$S < K$
Valor intrínseco	$\max(0, S - K)$	$\max(0, K - S)$
Beneficio potencial	Ilimitado	Limitado
Pérdida máxima	Prima pagada	Prima pagada

## 10. Ejemplo complementario (para práctica individual)

Suponga:

- Precio actual de acción: \$50
- Subida esperada: 10 %
- Bajada esperada: 10 %
- Strike: \$48

- Tasa libre de riesgo: 8 %
- Horizonte: 2 años

**Solicitado:** calcular el valor de una opción call europea.

**Desarrollo resumido:**

1.  $u = 1,1 \rightarrow d = 0,9$
2.  $p = ((1+0,08)-0,9)/(1,1-0,9) = 0,9$
3. Precios año 2:
  - $u-u = 60,5 \rightarrow \text{valor call} = 12,5$
  - $u-d = 49,5 \rightarrow \text{valor call} = 1,5$
  - $d-d = 40,5 \rightarrow \text{valor call} = 0$
4. Descuento progresivo → valor actual  $\approx \$5,83$